$$P(A|N)=\frac{P(A\cap N)}{P(N)}=\frac{1}{30}\times\frac{20}{11}=\frac{2}{33}$$

* $P(B|N)=\frac{P(B\cap N)}{P(N)}=\frac{P(N|B)\cdot P(B)}{P(N)}$

$$=\frac{4}{8}\times\frac{2}{6}\times\frac{20}{11}=\frac{10}{33}$$

* $P(C|N)=\frac{P(C\cap N)}{P(N)}=\frac{7}{20}\times\frac{20}{11}=\frac{7}{11}$

Solution 11 :

1°/ Soient les évènements :

R_n : << obtenir une boule au $n^{ème}$ coup >>

A_1 : << la boule tirée au $n^{ème}$ tirage provient de l'urne U_1 >>

A_2 : << la boule tirée au $n^{ème}$ tirage provient de l'urne U_2 >>

On a : $P_n = P(R_n) = P(R_n \cap A_1) + P(R_n \cap A_2)$ car $A_2 = \overline{A_1}$

$$= P(A_1) \cdot P(R_n|A_1) + P(A_2) \cdot P(R_n|A_2)$$

Or l'évènement A_1 se réalise si et seulement si au $(n-1)^{ème}$ tirage on retire une boule rouge . Donc $P(A_1) = P_{n-1}$, $P(\overline{A_1}) = 1 - P_{n-1}$

$$P(R_n|A_1)=\frac{C_7^1}{C_{10}^1}=\frac{7}{10}\ ;\ P(R_n|A_2)=\frac{C_2^1}{C_{10}^1}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$$

D'où $P_n=\frac{7}{10}P_{n-1}+\frac{1}{5}(1-P_{n-1})\Leftrightarrow P_n=\frac{1}{2}P_{n-1}+\frac{1}{5}$

2°/

- $Q_{n+1} = P_{n+1} - \frac{2}{5}$ or $P_{n+1}=\frac{1}{2}P_n+\frac{1}{5}$

D'où $Q_{n+1}=\frac{1}{2}P_n-\frac{1}{5}=\frac{1}{2}(P_n-\frac{2}{5})=\frac{1}{2}Q_n$